

伝送線路の基礎理論

分布定数回路

低周波回路において、集中定数部品である抵抗、コイル、コンデンサをつなぐ導線は、単なる接続する役目をするものであると考えられてきましたが、周波数が高くなるに従い、また、導線が長くなるに従い、このような取り扱いは許されなくなります。導線やパターンに電流が流れると、その周囲を磁力線がとりまき、交流的な変化を生じます。これがインダクタンスの効果であり、また、高周波電流は導線の表面にのみ流れるという表皮効果を含めて抵抗が考えられます。また、プリント基板の比誘電率 ϵ_r に比例して静電容量は増加し、不十分な絶縁性のためにリーケージコンダクタンスが生まれます。このように、素子を接続する導線、またはパターンは、微小インダクタンス L と微小抵抗 R が連続し、グランド間には微小コンダクタンス G と微小キャパシタンス C が分布している構造とみなさなければいけません。

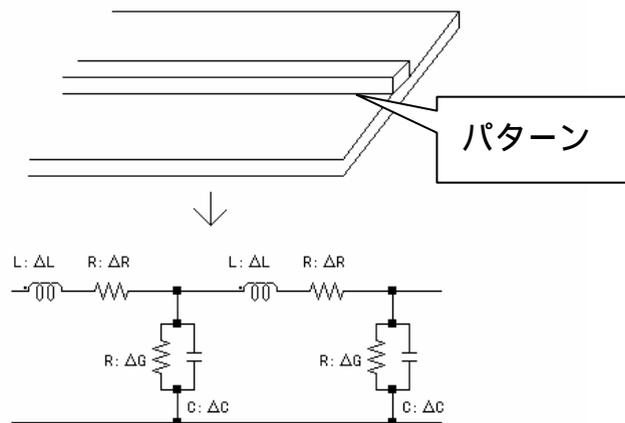
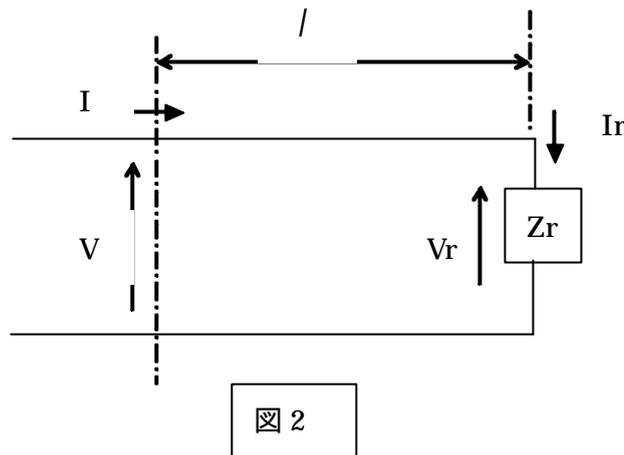


図 1 伝送線路

すなわち、分布定数回路です。パターンを分布定数回路すなわち伝送線路として取り扱う必要があるのは、線路の長さが波長に対して無視できない場合です。無視できない長さというのは、波長によって異なってきます。例えば、1.5m のテレビの電源コードは 60Hz (波長 5000km) のもとでは、波長に対し十分無視できる長さですので、値の小さな抵抗として考えればよいでしょう。しかし、これを 100MHz (波長 3m) で使用する場合は、0.5 波長の長さですから、ただの接続線として考えることはできません。このように、伝送線路は使用する波長によって、その特性を変えてきます。換言するなら、周波数にあった使い方をすることで、ただの線路を一つの素子として用いることができるわけです。

無損失線路

パターン内のマイクロストリップラインのように減衰定数が小さい線路の場合、取り扱いを簡単にするため、しばしば無損失線路として取り扱います。図 2 のように、特性インピーダンス Z_0 の無損失線路に Z_r の負荷が接続されている場合、受端を起点とし、電源側に任意の距離 l の点の電圧、電流は (1) 式で示されます。



$$\left. \begin{aligned} V &= V_1 e^{jbl} + V_2 e^{-jbl} \\ I &= \frac{1}{Z_0} (V_1 e^{jbl} - V_2 e^{-jbl}) \end{aligned} \right\} \text{---(1)}$$

(1)式は正弦波動とまったく同じ表現であって、第 1 項は電源側から負荷側に向かって伝わる波動ですから、これを入射波あるいは進行波といい、第 2 項は負荷側から電源側に伝わる波動で、反射波といいます。(1)式において、 b は位相定数と呼ばれ、また、波動インピーダンス Z_0 は

$$b = \omega \sqrt{\frac{L}{C}} = 2\pi / \lambda \text{ --- (2)}$$

$$Z_0 = \sqrt{L/C} \text{ --- (3)}$$

で与られます。

受端 ($l=0$) の電圧、電流、負荷インピーダンスをそれぞれ、 V_r, I_r, Z_r とおくと、

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= (V_r + I_r Z_0) / 2 \\ V_2 &= (V_r - I_r Z_0) / 2 \end{aligned} \right\} \text{---(4)}$$

となり、(1)式に代入して、(5)式を得ることができます。

$$\left. \begin{aligned} V &= \frac{V_r + I_r Z_0}{2} e^{jbl} + \frac{V_r - I_r Z_0}{2} e^{-jbl} \\ I &= \frac{1}{Z_0} \left(\frac{V_r + I_r Z_0}{2} e^{jbl} - \frac{V_r - I_r Z_0}{2} e^{-jbl} \right) \end{aligned} \right\} \text{---(5)}$$

(5)式にオイラーの公式を代入すると、

$$\left. \begin{aligned} V &= V_r \cos bl + j Z_0 I_r \sin bl \\ I &= I_r \cos bl + j (V_r / Z_0) \sin bl \end{aligned} \right\} \text{---(6)}$$

$$e^{jq} = \cos q + j \sin q \quad \text{オイラーの公式}$$

を得ることができ、負荷側を見たインピーダンス $Z=V/I$ は、

$$Z = Z_0 \frac{Z_r + j Z_0 \tan bl}{Z_0 + j Z_r \tan bl} \text{--- (7)}$$

となります。この(6)式、(7)式は無損失線路の基礎公式と呼ばれています。

伝送線路の特性

(7)式からもわかるように、 Z_r が一定でも l によってインピーダンス Z が変化する事がわかります。つまり、 Z_r という負荷に l の長さの線路がつながることで、線路を含めたインピーダンスは Z_r ではなくなることを示しています。また、 l が非常に小さい場合は、 $Z=Z_r$ になります。このことは、冒頭でも述べたように、長さ l が波長に比べて十分に短い場合、線路の長さは無視できることを示しています。

線路長 $l/2$ の場合

線路長が $l/2$ の場合、(7)式において $l = l/2$ とおくと、 $\tan l/2 = 0$ となりますから、 $Z=Z_r$ となり、インピーダンスは負荷インピーダンスそのものになります。

線路長が $l/4$ の場合

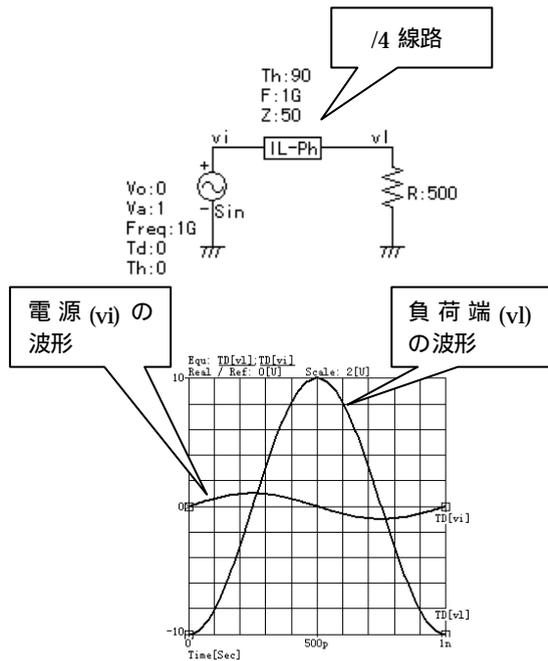
線路長が $l/4$ の場合は、(7)式において $l = l/4$ とおくと、 $\tan l/4 = 1$ ですから、

$Z=Z_0^2/Z_r$ となり、入力インピーダンスは負荷インピーダンスに反比例します。 \tan は $l/2$ 毎に同じ値を繰り返しますから、線路長が $l/2$ 毎にインピーダンスは繰り返されることがわかります。また、電源から $l/4$ の線路を介して負荷をつなぐとすると、電源電圧が 1 V の場合負荷での電流電圧は、(6)式から

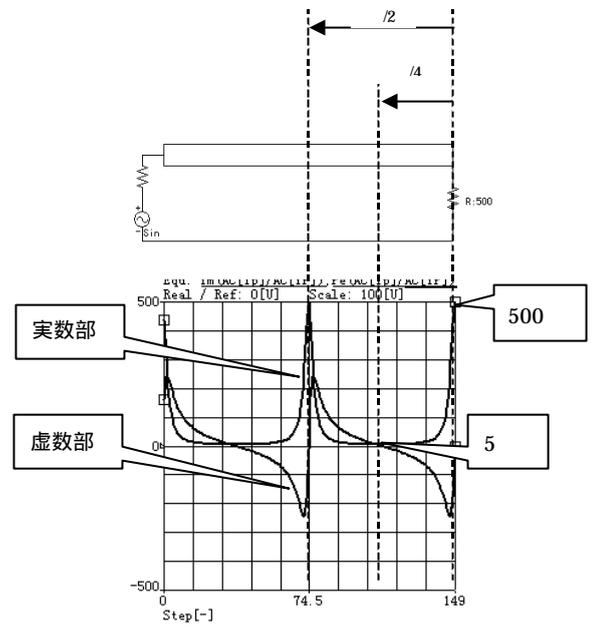
$$I_r = \frac{1}{jZ_0}$$

$$V_r = \frac{Z_r}{jZ_0}$$

となります。線路インピーダンス $Z_0=50$ で、負荷インピーダンス $Z_r=500$ の場合を考えてみると、 $V_r=j10$ となり、電源電圧の 10 倍になっていることがわかります。シミュレーションでこのことを確認すると、図 3 のようになり、伝送線路でトランスが形成できることがわかります。図 4 は 500 負荷を接続した線路の入力インピーダンスを負荷からの距離に対してシミュレーションしたグラフで、負荷端から $1/4$ の位置で $Z_{in}=50*50/500=5$ になり、 $1/2$ の位置で 500 に戻り、繰り返されることがわかります。また、 $1/4$ の位置では、インピーダンスは純抵抗になっていることもわかります。



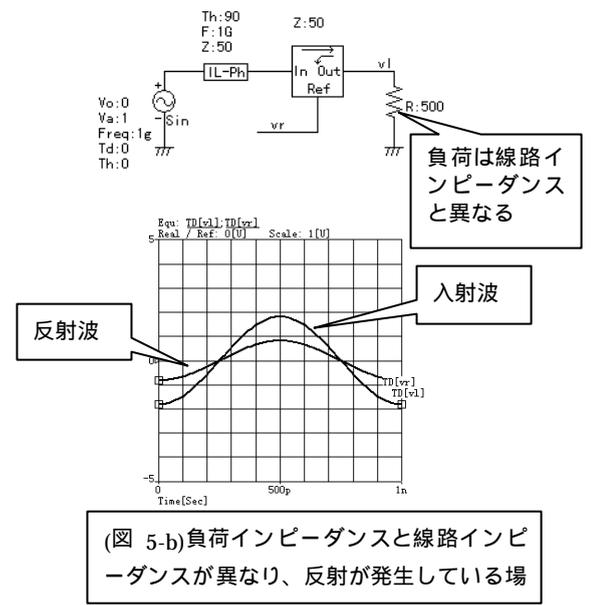
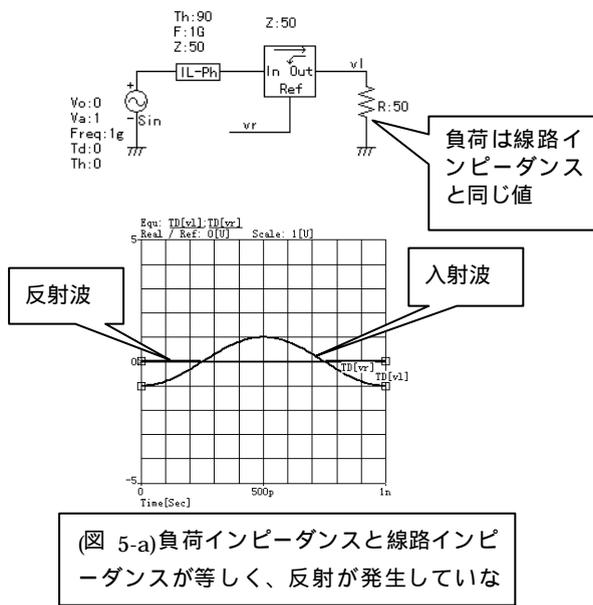
(図 3) $1/4$ の線路の場合、負荷端では Z_r/Z_0 の電圧になる。



(図 4) 500 負荷を接続した線路の入力インピーダンスの変化。

負荷インピーダンスと線路インピーダンスが等しい場合

負荷インピーダンスと線路インピーダンスが等しい場合、一般に整合しているといえます。この場合、 $V_r/I_r=Z_0$ ですから、(4)式において、 $V_2=0$ となり、反射波がなくなることがわかります。また、(7)式よりインピーダンスは l の値によらず Z_0 になることがわかります。図 5 は負荷インピーダンスと線路インピーダンスが同じ場合と異なる場合を、負荷の直前に反射波検出器を挿入し、反射波の有無をシミュレーションしたものです。反射波検出器は、In から入った信号は Out に現れますが、Out から入った信号は Ref にしか現れず、In には出てこないようになっている素子です。図 5-a は負荷インピーダンスと線路インピーダンスが同じ場合で、反射波レベルが 0 になっています。また、図 5-b は負荷インピーダンスが線路インピーダンスの 10 倍の時で、反射波が表れていることがわかります。



終端開放の場合

無限大の負荷が接続されている場合、つまり線路の終端が開放の場合、(7)式に $Z_r = \infty$ の条件を代入すると、

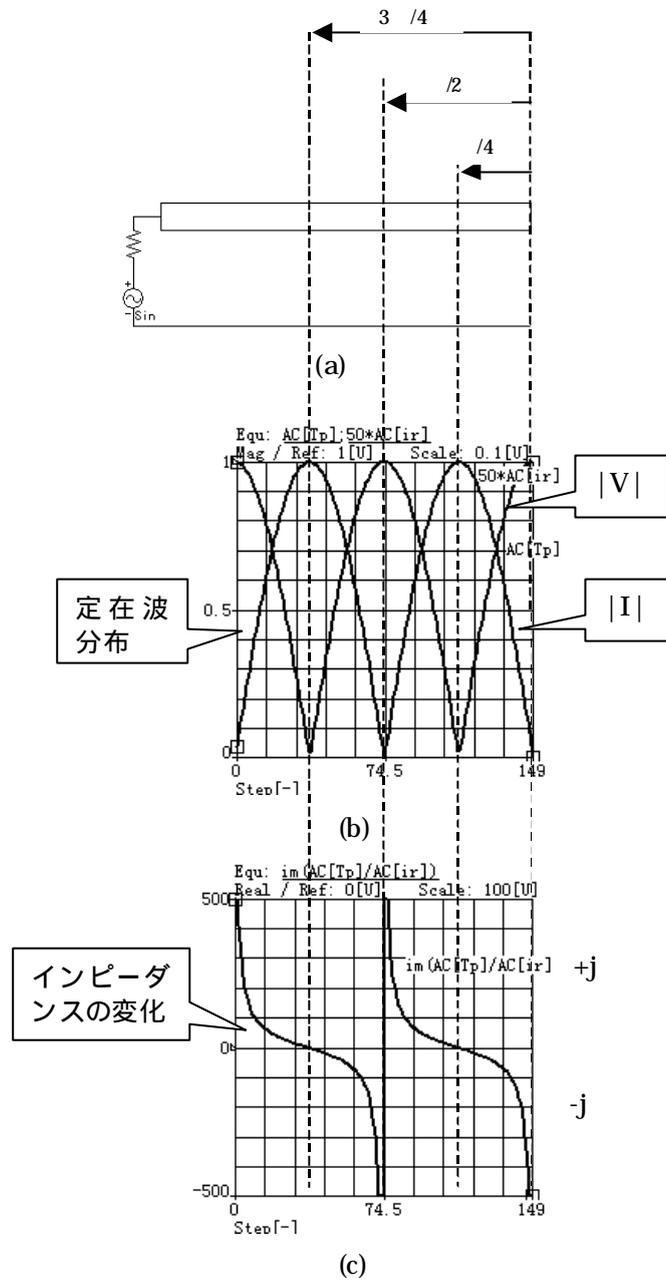
$$Z = -jZ_0 \cot \beta l \quad \text{--- (8)}$$

となります。また、(6)式に $I_r=0$ の条件を代入すると、

$$\left. \begin{aligned} V &= V_r \cos \beta l \\ I &= j \frac{V_r}{Z_0} \sin \beta l \end{aligned} \right\} \quad \text{--- (9)}$$

となります。(8)式、(9)式を確認するために、シミュレーションを行ったものが、図 6 です。図 6-b は線路上の定在波電圧、電流の分布で、負荷端（開放端）で電圧は最大となり、電流は 0 に近づきます。線路上の電圧および電流の絶対値は、(9)式のように l の関数となり、線路上に停止したような波になります。また、図 6-c は同じ位置でのインピーダンスで、負荷端から離れるに従い、容量性から誘導性へ変化し、負荷から $l/4$ の位置でインピーダンスが 0

になり、それが $\lambda/2$ 毎に繰り返されることがわかります。これが、マイクロ波回路でよく用いられる、オープンスタブの原理です。



(図6) 終端開放線路上の定在波分布とインピーダンス

終端短絡の場合

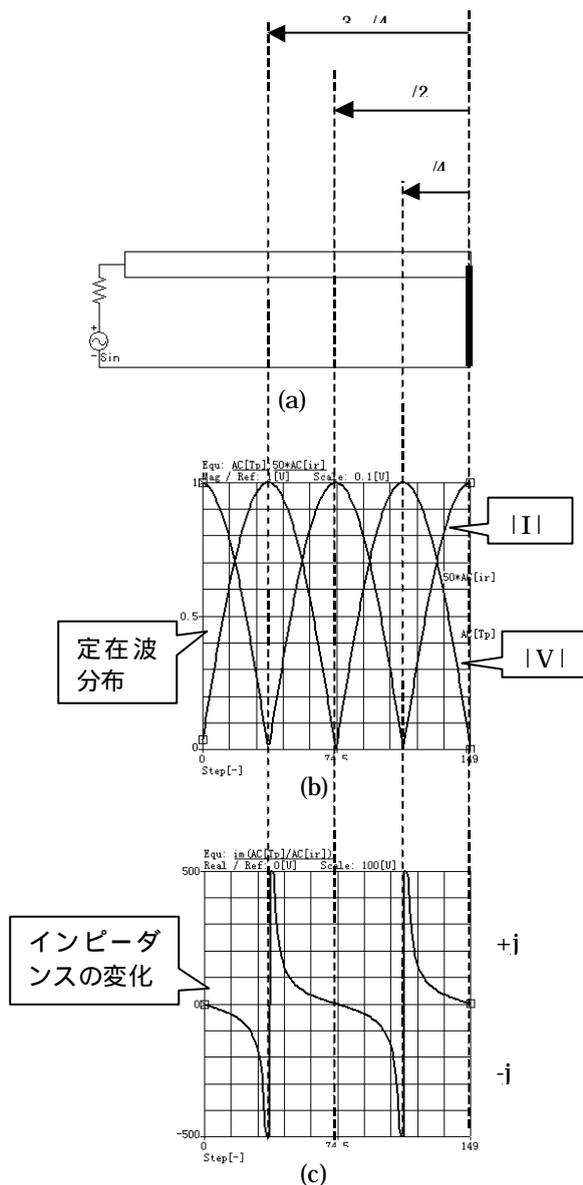
0 の負荷が接続されている場合、つまり線路の終端が短絡の場合、(7)式に $Z_r=0$ の条件を代入すると、

$$Z = -jZ_0 \tan \mathbf{b}l \quad \text{--- (10)}$$

となります。また、(6)式に $V_r=0$ の条件を代入すると、

$$\left. \begin{aligned} V &= jZ_0 I_r \sin \mathbf{b} \ell \\ I &= I_r \cos \mathbf{b} \ell \end{aligned} \right\} \text{---(11)}$$

となります。(10)式、(11)式を終端開放の場合と同様、図で表現すると図7のようになり、負荷から $\lambda/4$ の位置でインピーダンスが変わります。これが、マイクロ波回路でよく用いられる、ショートスタブの原理です。これらのスタブは、マイクロストリップなどのパターンで作成すると再現性もよく、また、LCの共振回路などと比較し、高いQを得ることができる特徴があります。



(図 7) 終端短絡線路上の定在波分布とインピーダンス